BILDNING OCH MATEMATIK

AV LARS MOUWITZ

Högskoleverkets rapportserie 2004:29 R

HÖGSKOLEVERKET
National Agency for Higher Education

BILDNING OCH MATEMATIK

AV LARS MOUWITZ

Högskoleverket 2004

Högskoleverket
Luntmakargatan 13
Box 7851, 103 99 Stockholm
tfn 08-563 085 00, fax 08-563 085 50
e-post hsv@hsv.se, www.hsv.se

BILDNING OCH MATEMATIK
Utgiven av Högskoleverket 2004
Högskoleverkets rapportserie 2004:29 R
ISSN 1400-948X
Författare: **Lars Mouwitz**
Grafisk form: Alexander Florencio
Tryck: EO Print AB, Stockholm, oktober 2004

Tryckt på miljömärkt papper

Illustration: Alexander Florencio

INNEHÅLL

FÖRORD 5

MATEMATIK – ETT ÄMNE FÖR BILDNING? 7

Vem älskar matematik? 7
Bildning – varför just nu? 8
En bildningsresa 12
Ett matematiskt kulturarv 15
De stora idéerna 19
Från dikt till verklighet – och tvärtom 21
Demokrati och makt 25
En förfalskad dagbok 30
Från retorik till symbol 34
Förtrogenhet och regler 38
Ett liv i det fördolda 39
En nolla framför kameran 41
Två kulturer – och en tredje? 44
Matematik som ämne för bildning 46

LITTERATURLISTA 49

FÖRORD

Högskoleverket har beslutat att starta en skriftserie om bildning som ett led i verkets bildningssatsning. Det häfte som du nu håller i din hand är den första i en serie skrifter som ska ge ämnesperspektiv på bildning. Vi hoppas att skriftserien ska ge stimulans och uppslag till diskussioner om bildning och bildningsinslag i utbildningen.

Skrifterna riktar sig i första hand till verksamma inom högskolans område som studenter och lärare, men kan med fördel läsas av en intresserad allmänhet.

Vårt samhälle behöver kunniga människor men samtidigt är det omöjligt att vara lika kunnig inom alla områden. Bildningen får inte ett bli ett ständigt dåligt samvete över allt det som ännu är oläst utan den måste tillåtas vara en ständigt lustfylld upptäcktsresa inom det mänskliga vetandet. I den andan ska du närma dig denna skrift, låt den bli en möjlighet till nyfiket utforskande och nytt vetande.

Bildning är ett begrepp med många dimensioner. En sådan är att verka för ämnesövergripande perspektiv, och en annan är att se det som inte är uppenbart. Bildning och matematik är skriven av Lars Mouwitz som är verksam vid Nationellt Centrum för Matematikutbildning vid Göteborgs universitet.

Matematiken är ett ämne med en lång historia som samtidigt är instrumentellt för många ämnen oavsett fakultetstillhörighet. Matematiken finns inom t.ex. språkvetenskaplig forskning i statistikens och frekvenstabellernas former; både samhällsvetenskaperna och framför allt naturvetenskaperna tillämpar matematiska modeller. Konstnärlig verksamhet som musik använder matematiken som stöd för det konstnärliga uttrycket. Trots att matematiken sålunda har en viktig roll blir den, som Lars Mouwitz skriver, alltmer osynlig i vårt samhälle. Ämnet är därför ett ypperligt val som första skrift i en skriftserie om bildning.

Sigbrit Franke
Universitetskansler

Per Gunnar Rosengren
Projektledare

MATEMATIK – ETT ÄMNE FÖR BILDNING?

VEM ÄLSKAR MATEMATIK?

Vem älskar matematik? Borde den inte älskas av alla med tanke på dess klassiska ursprung och märkvärdiga nutida betydelse? Tyvärr verkar det inte vara så enkelt. Låt oss krydda med ett citat från *Att lyfta matematiken – intresse, lärande, kompetens*, ett betänkande som Matematikdelegationen nyligen lämnat till regeringen:

> Få människor förhåller sig neutrala till matematikämnet: en del älskar det, andra inser i alla fall dess nytta, men många har blockeringar och ångest inför ämnet. Ett misslyckande i matematik blir ofta avgörande för en ung människas möjligheter till yrkeskarriär. Ämnets roll som sorteringsinstrument kan vara en förklaring till ungdomars blockeringar och ångest. När de blir vuxna tar sig dessa negativa attityder ibland uttryck i bristande självförtroende, självcensur vad gäller vuxenstudier och skrinlagda framtidsdrömmar.

De flesta vuxna kan berätta, ofta ganska känsloladdat, om sitt förhållande till matematik. Det handlar ibland om framgångar men alltför ofta om tillkortakommanden, förödmjukelser, utsortering och avståndstaganden. Trots ämnets betydelse för mångahanda mänskliga verksamheter verkar det inte vara särskilt uppskattat. Man kan stärka denna hypotes med ett partytest: om någon som du inte önskar stifta bekantskap med försöker tilltala dig på ett party, kan du säga att du sysslar med matematik. Strax får du åter vara ensam. Effektivt, såväl för kvinnor som för män.

Temat för denna essä är frågan om matematik kan vara ett ämne för bildning. Frågan har blivit aktuell på grund av att röster höjs för att bildning ska genomsyra all form av utbildning. Men kan ett sådant känslomässigt prekärt ämne som matematik förknippas med bildning? Eller kommer ämnet att vara dömt till evig förtappelse i den pedagogiska skamvrån?

BILDNING – VARFÖR JUST NU?

Ordet bildning har ibland en negativ ton av en alltför esoterisk förfining och förkonstling. Den bildade blir då en person som omfattar en given kanon av klassiker, som han (av tradition en *han*) kan bravera med inom ett litet ordensliknande sällskap av akademiska gelikar, fjärran från världens oro och vimmel. Visserligen har vi liknande ord som är plusord, som allmänbildning och folkbildning, men här har man försökt moderera de elitistiska och lätt världsfrånvända övertonerna genom att lägga till lämpliga förstavelser. Vi har också termen utbildning som har en mer positiv klang, trots att det är lite oklart vad det är som ska ”ut”.

Bildning har alltså inte varit riktigt rumsrent, men har det senaste decenniet ändå börjat dyka upp i olika sammanhang, även i samband med utbildning. Ett exempel är i SOU 1992:94 *Skola för bildning*, där ordet som synes finns redan i rubriken. Detta betänkande lade grunden för en av de största utbildningsreformerna i ungdomsskolan i modern tid. Att ordet, och det bakomliggande begreppet, är svårhanterligt framgår av texten. Så sägs t.ex. att en skola för alla, där ”bildningsarbetet är huvudsak”, aldrig har funnits. En bild av en skola där ungdomar får en förmåga att möta framtiden i vid mening målas upp i texten, men samtidigt sägs att man inte kan deducera läroplaner och kursplaner utifrån en förväntad framtid. En målstyrd skola för bildning förblir således ett problematiskt projekt.

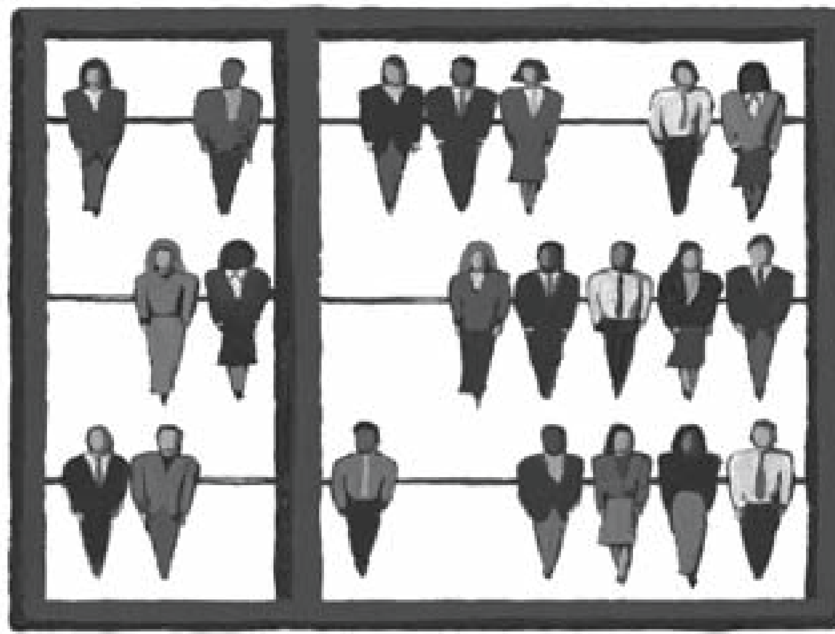
Även högskolan har tagit sig an bildningen, och det i en annan tonart än i den förfinat traditionella. Högskoleverket har t.ex. utlyst en essätävling för studerande, och fått in många tänkvärda och inspirerande bidrag. Rapporter som *Core curriculum – en bildningsresa,* och översikter med exempel på bildning från olika lärosäten har gett både höjd och bredd i verkets satsning. Men vad är det då som ligger bakom? Varför damma av denna tvivelaktiga term just nu? Kanske beror det på följande tre ”obehag” som de som ska utforma framtidens utbildningssystem måste förhålla sig till:

Första obehaget: Det har insmugit sig en vag känsla av osäkerhet i tillvaron; samhällets snabba förändringstakt, och kanske framförallt förändringens riktning, verkar vara oförutsägbar. Drömmarna om en social ingenjörskonst, där framtiden kunde planeras och samordnas med ett välanpassat utbildningssystem, verkar definitivt ha gått i putten. Nuet har blivit ovanligt kort, allt som *är* håller redan på att försvinna och bli något vi inte kan ana. Vem kunde för tjugo år sedan förutsäga t.ex. Sovjetunionens och östblockets sammanbrott eller mobiltelefonens och e-postens oerhörda genomslag, och hur detta har påverkat våra ideologier respektive livsstil och yrkesliv? Kommer varje nydesignad utbildning att vara både föråldrad och missriktad redan när dess första studenter kommer ut i yrkeslivet?

Andra obehaget: Ska ett modernt utbildningssystem verkligen syfta till att förvandla en människa till ett instrument för olika avnämares syften? Är det inte mer än så, det där med kunskap? Har det inte ett egenvärde att utvecklas som människa, att allsidigt berika sitt kunnande, att växa i anden, att ”bilda sig”? Yrkeskarriär, status och prylar är kanske inte hela sanningen. Kunskap som egenvärde, är det att svära i utbildningssystemets korridorer? Och hur är det, kan en sådan ”bildad” person rentav vara alltför obekväm och besvärlig för samhället? Behöver en demokrati obekväma människor som vet mer än nödvändigt?

Tredje obehaget: De osynliga sammanhållande trådar som fått människor att se sig som medborgare verkar falla sönder. Allt är ”individuella projekt”, till och med i utbildningssystemens policydokument, både för Sverige och för

EU. En flexibel individ, ständigt beredd till uppbrott från arbetskamrater, vänner och invanda miljöer målas upp som framtidsideal. Människor verkar bli som isolerade atomer oförmögna att se det kollektiva i tillvaron, vad leder det till i sin förlängning?



I stället för att utbilda personer så att de inpassas som pusselbitar i tänkta framtida yrkesstrukturer ter sig behovet nu allt starkare att utbilda för något annat: en flexibel allsidig beredskap att möta en okänd framtid. Att anpassa något till framtiden är i själva verket en absurditet, eftersom framtiden inte existerar. Ur demokratisk synvinkel *bör* också denna framtid uppfattas som okänd; det är ju medborgarna i ett samhälle som ska *skapa* framtiden, inte anpassas till den. Den bildade människan har höjt sin personliga livskvalitet och ökat sin frihetsgrad; hennes kunnande har ett egenvärde och är inte bara ett instrument för samhället eller arbetslivet. Har då ovanstående funderingar med matematik att göra? Ja, i högsta grad. Men först en begreppsarkeologisk rundtur.

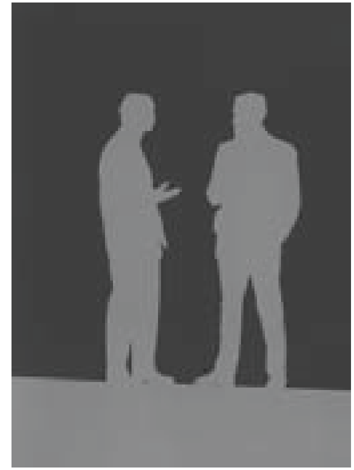
EN BILDNINGSRESA

Att entydigt definiera bildning låter sig knappast göras. Varje sådan definition riskerar att tappa intressanta innebörder. Kanske är det i stället så att varje ny tidsepok måste ”erövra” ordet och fylla det med mening? Men vad är det då som gör det värt att erövra, varför inte hitta på ett nytt ord och låta ”bildning” hamna på språkets sophög tillsammans med ”fosterland”, ”folkhem” och andra till synes obsoleta honnörsord? En kortare idéhistorisk sightseeing kan kanske antyda ett svar:

I vidaste mening har bildning setts som en rörelse där människan bryter upp från det vardagliga och ger sig ut i det okända, för att sedan återvända med nya perspektiv och erfarenheter. I modern tid kan denna idé kopplas till upplysning och romantik, men ursprunget är mycket äldre än så. Bildning som en ”resa” är en urgammal metafor och också en realitet; den som har gjort en resa har haft något att berätta, hon är någon som vet mer. Rousseau säger att ”erfarenheten av det främmande leder oss till att undersöka det redan bekanta”.

Bildning har också av tradition inneburit att människan träder i kontakt med det allmänmänskliga; hon blir människa genom andra människor. För den tyske filosofen Hans-Georg Gadamer har bildning inget mål utanför sig självt; det är snarare en fortlöpande process och ett sätt att förhålla sig till livet. Den amerikanske filosofen Richard Rorty menar att ”bildande kunskap” bidrar till att skapa samband mellan det som vi redan känner till och det obekanta och annorlunda.

Att bilda sig innebär även att införliva något med sin personlighet eller som Ellen Key, en av våra stora folkbildare vid förra sekelskiftet, uttrycker det ”Bildning är det som finns kvar när du glömt vad du lärt dig.” Att vara bildad är att vara klok, att kunna fälla goda omdömen i nya situationer. Denna klokhet har koppling till Aristoteles kunskapsform *phronesis* som har aktualiserats av den nutida aristotelikern Martha Nussbaum. Hon hävdar att bildade personer kan möta nya situationer med ”lyhördhet och fantasi och odla det slags flexibilitet och uppfattningsförmåga som … gör att de utan lång förberedelse kan göra det rätta i det rätta ögonblicket”.



Ytterligare en koppling finns till *dialogen*, det fria samtalet då skilda perspektiv och erfarenheter kan smälta samman och skapa nya gemensamma kunskapsfonder på en högre nivå. Idén om den bildande dialogen finns redan hos Platon, men har fått ny aktualitet i vår tid där kommunikation, nätverk och kollektiva projekt ter sig allt mer nödvändiga såväl i yrkesliv som forskning.

Idéhistorikern Sven-Eric Liedman hävdar att om bildningsbegreppet ska kunna bli användbart för framtiden så måste det innehålla fyra perspektiv: att beakta motsättningen praktisk resp. teoretisk kunskap; att se kunskap och lärande som ett led i en livsprocess; att det måste finnas ett avgörande moment av frihet i bildningstanken samt att bildningsvägen måste vara både kollektiv och enskild.

Ordet bildning leder som synes till ett nät av intressanta och mångfasetterade associationer. Många av dessa stämmer oväntat bra med de utmaningar som framtidens utbildningssystem står inför. Alltså kan ordet vara väl värt att erövra och ta tillvara.

ETT MATEMATISKT KULTURARV

Matematik är vår äldsta vetenskap. Under antiken blomstrade matematiken och underställdes redan då vissa krav på argumentation och bevisföring. Kunskaper i matematik var en förutsättning för inträde i Platons Akademia, och Euklides matematiska samlingsverk *Elementa* kom att framstå som ett mönsterexempel på vetenskaplig framställning i Aristoteles anda. Miljontals ungdomar, allt från medeltidens elever vid kloster- och katedralskolor till vår tids gymnasister, har mer eller mindre framgångsrikt kämpat med Elementas matematiska bevis. Kyrkofadern Augustinus hänvisade till matematik som exempel på eviga sanningar, vilka ej kunde betvivlas, i sin kritik av skepticismen. Och nog har de matematiska sanningarna stått sig bättre än de flesta andra genom årtusendena.

På 1200-talet använde kardinal Bonaventura matematik för att bevisa Guds existens. Bonaventura började med att anta att världen funnits ett oändligt antal år. Världen måste då ha funnits tolv gånger fler månader, vilket också är ett oändligt antal. Men oändligheten kan inte vara tolv gånger större än sig själv, det är en motsägelse. Alltså kan världen bara ha funnits ett ändligt antal år. Eftersom materia inte kan uppstå ur tomma intet, enligt en tanke från antiken, så måste det finnas en skapande Gud. Beviset var allmänt accepterat under medeltiden men är kanske inte särskilt övertygande för oss. Bonaventura berör dock en problematik hos oändliga mängder som blivit utredd först under slutet av 1800-talet av Georg Cantor. Och Bonaventuras logiska argumentation har karaktär av ett s.k. motsägelsebevis, en mycket kraftfull bevistyp även i vår tids matematik: Man antar motsatsen till det man egentligen vill visa; om detta antagande leder till en motsägelse, så har man därmed visat det man ville.

Munkar studerade och upprätthöll antikens matematiska vetande för att närma sig de gudomliga mysterierna. Medeltidens katedralbyggen genomsyrades av harmoniska och talmystiska strukturer med ursprung från antiken. I den arabiska högkulturen som blomstrade på 800-talet hade matematiken en framstående position och avancerad matematiskt grundad mosaik fick stor spridning inom byggnadskonsten, ett exempel är golv och väggar i det moriska Alhambra.

Den storartade uppfinningen av talet 0 spreds från Indien via Arabien till Europa och aritmetiska algoritmmästare slog så småningom ut de medeltida abbakisterna i den tidens räknetävlingar. Positionssystemet förpassade grekiska och romerska talsymboler och räknemetoder till matematikens bakgårdar.

Det matematiska kulturarvet från antikens Grekland är inte det enda, liknande kulturarv finns i Egypten, Mesopotamien, Indien, Kina och Arabien. Den välkända Pythagoras sats ”upptäcktes” således inte enbart av Pythagoras utan också av matematiker i dessa kulturområden, ett exempel på matematikens märkvärdiga allmängiltighet. Det fanns även många kontaktytor mellan den grekiska kulturen och de äldre kulturerna i Egypten, Mesopotamien och Indien, vilka säkert inspirerat de stora grekiska matematikerna.

Matematik ingick i medeltidens *sju fria konster*, i det så kallade *quadrivium*: aritmetik, geometri, astronomi och musik. Dessa fyra ansågs finare än de mer ”triviala” i *trivium*: retorik, grammatik och dialektik. Ända sedan Pythagoras tid var matematiken intimt förknippad med musik och astronomi, de första områden där pythagoréerna tyckte sig se matematiska mönster.

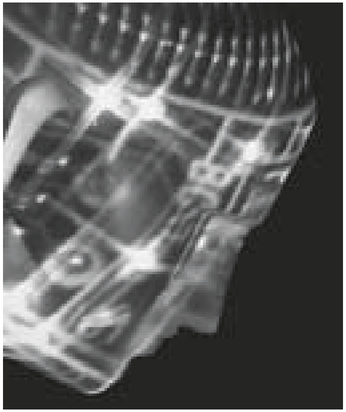
Pythagoras brukar därför även betraktas som musikvetenskapens fader. Förhållandet mellan toner uttryckte han i bråkform, t.ex. förhållandet mellan kvint och grundton skrevs 3/2. Nackdelen med detta var att instrument som var stämda i olika tonarter inte kunde spela ihop, eftersom intervallen i den tolvtoniga skalan uttryckta i bråkform inte var riktigt lika stora. Tolv kvinter borde också hamna på samma ton som sju oktaver, vilket inte heller stämde, eftersom 3/2 upphöjt till 12 är lite mer än 2 upphöjt till 7. Först två tusen år senare, vid slutet av 1600-talet, började man *temperera* vissa instrument, dvs. stämma lite ”falskt” för att de skulle kunna spela ihop. Om avstånden mellan de tolv tonerna ska vara exakt lika blir förhållandet mellan två närliggande toner 2 upphöjt till 1/12, men skickliga stämmare utvecklade även andra välljudande tempereringar med en annan matematisk karaktär. Som hyllning skrev Johann Sebastian Bach en samling preludier och fugor med namnet *Das wohltemperierte Klavier*.

Den geocentriska matematiska modell för världsalltet som Pythagoras och hans lärjungar utvecklade stod sig i två tusen år. Förutsättningen för modellen var att all rörelse ovanför månens sfär var cirkulär. Annan rörelse, t.ex. rätlinjig, förekom enbart på jorden och kallades sublunär, dvs. under månen.

Under renässansen spelade matematiken också en avgörande roll såväl för uppkomsten av den perspektivistiska målarkonsten som för den gryende naturvetenskapen hos Kepler, Galilei och Descartes, vilka utmanade antikens världsbild. Det stora genombrottet i Europa kom i och med Newton och Leibniz, vilka utvecklade differentialkalkylen och därmed bl.a. möjliggjorde en matematisk beskrivning av rörelse och förändring i naturen. Skenbara paradoxer som bekymrat antikens filosofer, t.ex. hur något kunde befinna sig på en viss plats vid en viss tidpunkt men ändå röra sig, kunde upphävas. Därmed lades grunden till den moderna naturvetenskapen.

Nästa stora, och nu världsvida, genombrott kom i och med 1900-talets digitalisering av mänsklig kommunikation och kunskapshantering. Idéer om räkneautomater och kunskapslagringsmaskiner hade funnits sedan renässansen och delvis realiserats med mekaniska apparater, men nu hade en avancerad teknik till sist hunnit ikapp de storslagna idéerna. I dag genomsyrar matematiska och digitaliserade strukturer i stort sett all mänsklig verksamhet i kunskapssamhället.

Pythagoras upptäcker musikaliska samband (medeltida träsnitt).



Matematiska modeller är inte längre enbart verktyg för naturvetenskap och teknik utan i växande grad för t.ex. ekonomi, biologi, genetik, medicin, meteorologi, logistik, musik och design. Många matematiker anställs av filmindustrin för att hantera animationer digitalt och för att med hjälp av projektiv geometri skapa rymdkänsla på den platta skärmen. Digitaliseringen av musikindustrin skapar också oerhörda möjligheter för redigering, sampling och förbättrad ljudkvalitet.

Datorteknologins spektakulära utveckling har möjliggjort simuleringar med hjälp av kraftfulla beräkningar på ett sätt som var otänkbart bara för några decennier sedan. Möjligheten att förutse och styra mycket komplexa förlopp i natur och samhälle har därmed ökat drastiskt.

DE STORA IDÉERNA

Vad är då matematik *egentligen?* Många skulle antagligen säga att det är ”räkning” och några lite mer högtravande att det är ”vetenskapen om tal”. Detta är i själva verket trista förenklingar och föreställningar som inte är lätt att förena med bilden av matematisk forskning som en kreativ, utmanande och intuitiv aktivitet som befinner sig i stark utveckling.

En bättre beskrivning av matematik vore att säga att den är vetenskapen om *mönster* i vid mening, och de nya *problem* man ständigt formulerar i sökandet efter dessa mönster i naturen, i medvetandet och i livet i övrigt. Detta sökande är långtifrån avslutat; ju mer vi vet desto fler nya frågor uppstår. Om det matematiska vetandet ses som ett klot som tillväxer, så följer att detta vetande får allt större kontaktyta med det okända.

Redan mycket små barn har intuitiva föreställningar om de matematiska idéer som är förknippade med mönster. Hit hör till exempel ordning, antal, symmetri, struktur, form, samband, rörelse och oändlighet. Filosofen Immanuel Kant hävdar att matematik är vårt sätt att konstituera världen. Världen ter sig matematisk därför att vår uppfattningsförmåga har en sådan struktur. Det lilla barnets medvetande är kanske inte så tomt som vi tror; det kan ske ett spännande möte mellan barnets inneboende intuitiva föreställningar och vårt matematiska kulturarv på motsvarande sätt som mellan ett barns språkliga förmåga och det aktuella språk som barnet möter.

Symmetri återkommer såväl i levande varelser, i våra tekniska konstruktioner och i kristaller, som i konst och i matematisk verksamhet. Samband, att händelser hänger ihop, att det finns en orsak och en verkan, kan redan små barn uppfatta och därifrån är inte steget långt till det matematiska begreppet *funktion*. Att ordna mängder utifrån antal, t.ex. ”fem myror är fler än fyra elefanter”, är också en utmaning som redan små barn kan hantera. Och tänk när ett barn för första gången inser att hur stort tal kamraten än säger, så kan man själv alltid säga något större; ”vad du än säger, så lägger jag till ett.” En

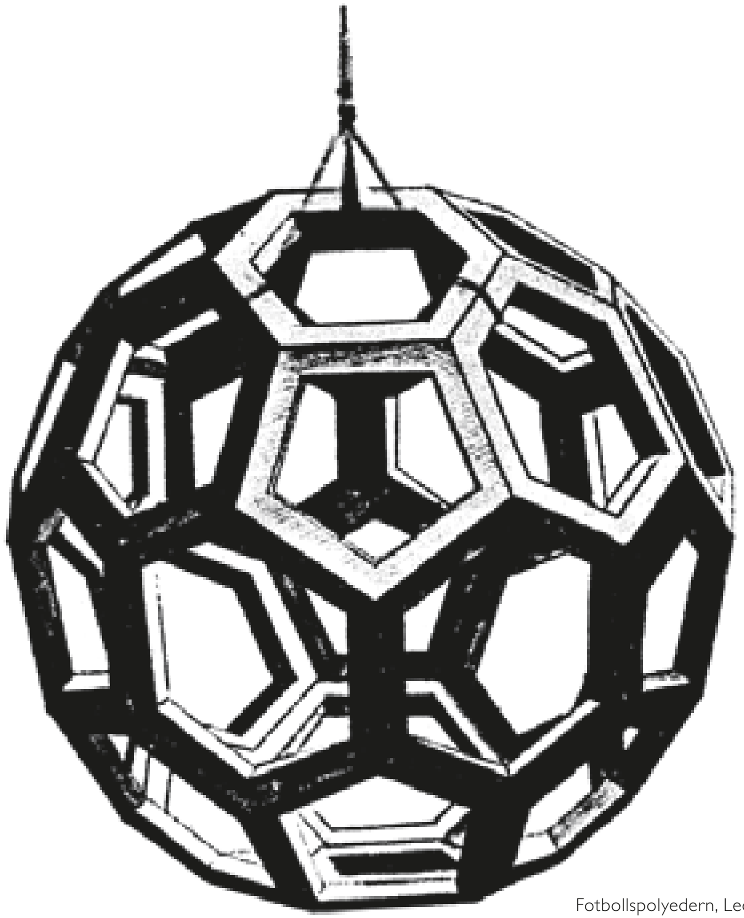
Symmetri.

första hisnande upplevelse av oändlighet! Matematikens idémässiga grunder är således på ett intrikat sätt sammanvävda med vårt mest ursprungliga och vardagliga sätt att hantera världen, trots att matematik samtidigt är den mest abstrakta av vetenskaper. Avståndet mellan det lilla barnets nyfikna erövrande av världen och matematikprofessorns lika nyfikna utforskande av den matematiska begreppsvärlden är kanske inte så stort.

FRÅN DIKT TILL VERKLIGHET – OCH TVÄRTOM

Vissa matematiker framhäver att deras forskning är så ”ren” att den är fullständigt onyttig. En sådan är Godfrey Harold Hardy (1877–1947) som i *A Mathematicians Apology* uttryckte sin starka förhoppning om att hans forskningsresultat aldrig ska komma till användning. Men rena matematiker lever farligt, det har redan visat sig att ett av hans resultat fått stor användning inom blodgruppsanalysen.

Ibland kan det dock ta några tusen år innan ett resultat blir användbart. Ett sådant exempel är Arkimedes undersökning av vilka konvexa halvregelbundna polyedrar som är möjliga att konstruera med hjälp av regelbundna polygoner. Han fann att det var exakt tretton stycken, varav en finns illustrerad på nästa sida. Illustrationen är gjord av Leonardo da Vinci omkring år 1500:



Fotbollspolyedern, Leonardo da Vinci.

För Arkimedes var hela undersökningen antagligen en spännande tankelek i förening med en längtan efter skönhet och sanning. Som synes är polyedern uppbyggd av sexhörningar (20 st.) och femhörningar (12 st.). Om man föreställer sig femhörningarna svartmålade och sexhörningarna vitmålade framträder ett typiskt ”fotbollsmönster”. De flesta av våra fotbollar är numer hopsydda av sådana fem- och sexhörningar, även om de har andra mönster påmålade. Och inte nog med det, omkring 1985 upptäckte tre kemister att ett kolkluster som bestod av sextio kolatomer var uppbyggt som denna polyeder med en kolatom i varje hörn. På grund av att en amerikansk arkitekt, Buckminster Fuller, använt liknande strukturer för sina kupolkonstruktioner kallade kemisterna detta och liknande kolkluster ”fullerener”. I oktober 1996 fick de tre kemisterna, Smalley, Curl och Kroto, nobelpriset i kemi för sina upptäckter. Man har stora förhoppningar om att kolkluster ska kunna användas som transportörer av olika ämnen inom medicinen.

Av denna berättelse finns mycket att lära, t.ex. att den till synes mest onyttiga matematik plötsligt kan bli mycket användbar. Man kan också lära att det ofta finns en förunderlig harmoni mellan det mänskliga tänkandet och naturens egna strukturer. En tredje mer pedagogisk lärdom kan vara att om inte dessa kemister studerat ”onyttigheter”, så skulle de aldrig ha löst kolklustrets gåta. En fjärde, och lite tråkigare, lärdom är att giganten Arkimedes blev bortsopad av en amerikansk arkitekt då klustret skulle döpas, dvs. det är segrarna som skriver historien och kontrollerar språket.

Ibland föds matematiken av motsatt skäl; kravet på nytta framtvingar en lämplig matematik. Detta gäller i hög grad för uppkomsten av differentialkalkylen, som kom till för att lösa mycket konkreta problem inom fysiken, kanske framförallt problemet med att matematiskt representera rörelse och momentanhastighet. Problemet med momentanhastighet formulerades redan av filosofen Zenon i en av hans berömda paradoxer, *Den flygande pilen*, för 2 500 år sedan: Om en pil skjuts iväg från en båge, så måste den vid varje tidpunkt befinna sig på en viss plats i rummet. Den kan inte samtidigt vara på två ställen. Men om den vid varje tidpunkt befinner sig på en *bestämd plats*, hur kan man då påstå att den rör sig? Av detta drar Zenon slutsatsen att rörelse egentligen inte existerar annat än som en synvilla. Men Leibniz och Newton drog en annan slutsats: pilen *är* verkligen på en speciell plats vid varje tidpunkt, men har ändå en momentanhastighet. Med Zenons språkbruk är den samtidigt både stilla och i rörelse. Om ingen tid åtgår, kan inte heller föremålet ha rört sig och vi får det märkliga att:

Hastigheten = sträckan/tiden = 0/0.

Att dividera 0 med 0 kan ur matematisk synpunkt sägas vara i det närmaste katastrofalt, men det bekymrade varken Newton eller Leibniz särskilt mycket, eftersom deras resultat fungerade utmärkt. De försökte också undkomma pro-

Våg fryst i rörelsen.

blemet genom att sväva på målet huruvida de ingående storheterna verkligen var noll eller bara mycket, mycket nära noll; ibland passade det bra att de var noll, ibland inte.

Av denna berättelse finns också mycket att lära, bland annat att det ibland är problematik i empiriska vetenskaper som pressar fram ny matematik. Dessutom kan man lära att det som känns konstigt för intuitionen och verkar bryta mot givna regler ändå kan visas vara matematiskt korrekt långt senare. Inledningsvis fick differentialkalkylen nedgörande kritik både av filosofer och matematiker, men eftersom den visade sig fungera slog den snart igenom ändå och blev så småningom också logiskt sammanhängande. Ytterligare en lärdom är att matematisk teori ofta utvecklas parallellt i olika miljöer. Vad gäller engelsmannen Newton och tysken Leibniz uppstod ett ännu pågående käbbel bland deras efterföljare om vem som egentligen var först, vilket kanske inte bara är mänskligt utan alltför mänskligt.

DEMOKRATI OCH MAKT

Vissa idéhistoriker menar att det finns ett samband mellan den gryende demokratin i antikens Aten och den starka viljan hos just grekiska matematiker att söka generalisera och bevisa sina påståenden. I en diktatur behövs ingen argumentation, det räcker med makt och påtvingad auktoritet. Själva kärnan i den demokratiska tanken var plikten att offentliggöra sina påståenden och alla medborgares rätt att utsätta dessa påståenden för kritik. Kritikens bärkraft skulle inte bero på person, utan på saklighet och argumentens inre logik. I en sådan miljö frodas naturligtvis argumentation och den tidigaste grekiska matematiken växte troligen fram i dialog med jämbördiga kritiska vänner och meningsmotståndare.

I och med bokens och nedtecknandets framväxt förvandlades dialogen till en monolog. Författaren kände sig tvungen att i förväg försöka förekomma alla tänkbara invändningar och uppnå stringens och entydighet i framställningen. Detta märks tydligt redan i Euklides *Elementa* och har blivit ett rättesnöre för läroböcker i matematik de senaste två tusen åren. Vinsterna var naturligtvis betydande, inte minst om läraren var en sämre matematiker än författaren, men förlusterna blev kanske ännu större. Allt sedan dess har matematik förknippats med inpluggande av vad någon annan redan tänkt och formulerat. I stället för att vara ett ämne där argumentation och samtal är en självklarhet, har det blivit den ändlösa monologens ämne. Det är läroboken som mässar med hög röst, möjligen ackompanjerad av lärarens instämmande brummanden. Matematik har blivit utbildningssystemets tystaste och mest auktoritära ämne. För många studerande som ”pluggar matte” förblir ämnet en osammanhängande räcka med meningslösa påståenden. Det är enbart för den forskande matematikern som antikens demokratiska ideal om öppenhet och kritisk granskning förblir levande.

Läroboken mässar med hög röst.

Matematik och demokrati hänger ihop även i ett annat avseende: En medborgare i en demokrati behöver ett visst mått av kunskaper för att i realiteten kunna förstå, hantera och påverka sin samhällssituation. En del av dessa kunskaper måste ha matematisk karaktär, t.ex. kunskaper i statistik, kunskap om matematiska representationer av samband och förlopp inom nationalekonomi och privatekonomi med mera.

Det finns en förenklad syn att gemene man bara skulle behöva kunna de fyra räknesätten och knappt det, eftersom miniräknare kan hantera det mesta. Detta synsätt förvandlar medborgaren till en konsument, någon som enbart vegeterar sig genom tillvaron oberoende av vilket samhällssystem han eller hon råkar leva i. För att kunna fungera som medborgare, en person som förstår sin situation och som aktivt verkar för att tillsammans med andra forma framtiden krävs avsevärt större kunskaper. Kanske inte större räknefärdighet i första hand, men större förmåga att analysera och fälla omdömen om verksamheter med matematikinnehåll. I dag, när allt fler privatekonomiska områden i valfrihetens namn läggs ut på individen att hantera, blir detta alltmer akut. Matematik är inte bara konsten att kunna manipulera tal och symboler, det är också konsten att kunna fälla goda omdömen och hantera sitt liv. Konsument, ja visst, men först ett rejält medborgarskap.

Matematik används också i allt högre grad för att ”formatera” samhället; matematiska strukturer blir en del av det samhälleliga faktum som omger oss. Ett näraliggande exempel är antagningssystemet till våra högskolor, vilket under snart ett decennium slussat in hundratusentals ungdomar i samhällsmaskineriet. Vanligt är att matematiska formationer får ersätta omdöme och moget beslutsfattande. Så är även fallet vad gäller antagningssystemet. De kvalitativa gymnasiebetygen Godkänd, Väl Godkänd och Mycket Väl Godkänd som är avsedda att i stora drag uttrycka kvalitéer i kunnandet ersätts på ett magiskt sätt av talen 10, 15 och 20. Varför just dessa tal? Ingen vet. Dessa ska multipliceras med kursernas poäng, som vagt ska ange en tänkt genomsnittlig arbetsinsats och alla dessa produkter ska sedan summeras och divideras med utbildningens totala poängtal. Detta leder t.ex. till sådana absurditeter som att den elementära kursen Matematik A väger dubbelt så tungt som den avancerade kursen Matematik E. Och vad är det egentligen för slags medelvärde som kommer ut från detta mischmasch av betyg, kurser och beräkningar? Ingen vet, men det beräknas med två decimaler och avgör ibland våra ungdomars framtid.

På motsvarande sätt är vi utsatta för en mängd andra matematiska formationer i samhället, många av dem så komplexa och inbäddade i systemet att det är svårt att få syn på dem. Ibland kan det vara ett rent missbruk; de till synes sakliga och precisa beräkningarna döljer det faktum att ”översättningen” från vaga och kvalitativa bakgrundsvariabler till kvantitativa siffervärden är rent godtycklig. Även den sämste byråkrat kan på detta sätt få sitt alster att se ”vetenskapligt” ut!

Likaväl som det är viktigt att ha kunniga miljömedvetna människor som kan kritisera våra makthavare, behöver vi ha människor med en stark matematikkompetens som står fria i sitt förhållande till makten och som kritiskt kan granska samhällets matematiska formationer.

EN FÖRFALSKAD DAGBOK

Den matematiska vetenskapen framställs ofta som höjdpunkten av mänskligt skapande och tankekraft. Många är hyllningarna av det matematiska kunskapsbygget ”for the honour of the human spirit”. De matematikhistoriska verken betonar kontinuitet, systematik och ett oproblematiskt växande, men belyser sällan konflikter, misstag och tillkortakommanden som en del av matematikhistorien. Historien blir på så sätt tillrättalagd, som en förfalskad dagbok som skrivits om i efterhand för att alla ens handlingar ska te sig strategiskt välmotiverade och planlagda. En sådan framställning blir skön men också omänsklig; det är som om matematiken utvecklade sig själv systematiskt och deduktivt genom årtusendena. Ju skönare denna framställning blir, desto dummare känner sig den ordinäre eleven och studenten som klafsar fram i sitt eget tankemässiga träsk av misstag, missförstånd, misslyckanden och frågetecken.

Som vanligt är verkligheten inte lika skön som dikten. Även Euklides *Elementa,* som ofta framställs som ett ideal av perfektion, innehåller felaktiga bevis, underförstådda antaganden och Euklides grundläggande definitioner är ofta vaga och ofullständiga. Som exempel kan tas några definitioner från geometrin: ”En punkt är det som saknar delar” och ”En linje är en breddlös längd”. Dessa och många andra definitioner har en nästan poetisk klang och slagkraft som knyter an till vår intuition, men de är för lösa i kanterna för att lägga grunden till ett logiskt sammanhängande system.

En del av den matematik som idag lärs ut redan på mellanstadiet hade våra stora matematiker på 1500-, 1600- och 1700-talen svåra problem med att förstå och hantera. Hit hör t.ex. problematiken kring negativa tal. Ofta kallades dessa ”absurda tal”, och negativa tal som lösningar på ekvationer underkändes i allmänhet. Girdano Cardano (1501–1576), en italiensk matematiker, kallade sådana lösningar ”fiktiva”, medan Vieto förkastade dem helt. Descartes betraktade negativa rötter som ”falska” eftersom de utgav sig för att representera något som var mindre än ingenting. Pascal säger i sina *Pensées*: ”Jag känner sådana som inte kan förstå att om man drar fyra från noll, så får man noll.”

Ännu svårare hade man med multiplikation och division av negativa tal. Den store 1600-talsmatematikern Antoine Arnauld underkänner likheten

$$-1/1 = 1/-1$$

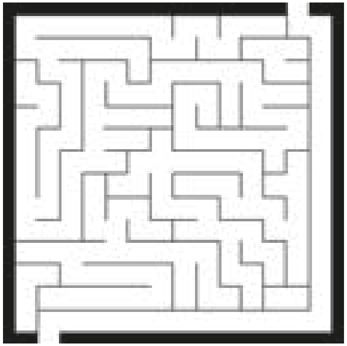
med argumentet ”Hur kan ett mindre tal i förhållande till ett större vara lika med det större till det mindre?” (jmf. 3/4 är *inte* lika med 4/3). 1800-talsmatematikern William R. Hamilton misstrodde de räkneregler om negativa tal som i dag lärs ut till våra barn och hävdade att det i alla fall måste vara omöjligt att grunda en *vetenskap* på så märkliga regler. Lika stora svårigheter fick matematikerna med komplexa tal, som man i likhet med de negativa, inte kunde representera geometriskt. Just den geometriska representationen sågs ofta som avgörande för huruvida något skulle uppfattas som ”verkligt”.

Vad gäller det som i dag kallas ”analys” gjordes en mängd misstag i form av felaktiga bevis och tvivelaktiga begreppsuppfattningar. Så här formulerar Morris Kline i sin *Mathematics – the loss of certainty* situationen på artonhundratalet:

> The mistakes were so gross that they would be inexcusable in an undergradutate mathematics student today: yet they were made by the most famous men – Fourier, Cauchy, Galois, Legendre, Gauss – and also by a multitude of lesser lights who were, nevertheless, leading mathematicians of their times.

Under den senare delen av 1800-talet lade man dock ner mycket arbete på att göra matematiken mer logiskt konsistent och år 1900 tyckte man sig nästan ha nått målet.

Men bara några år senare upptäckte Bertrand Russel att det fanns en mycket besvärande paradox i den logik som utgjorde själva grunden i denna sanering.



Detta var det värsta som kunde hända, eller som logikern Gottlob Frege uttryckte det ”just som byggnadsverket var komplett, så kollapsade grunden”.

Efter detta har idén om matematiken som ett välstrukturerat logiskt system fått ytterligare ett grundskott. Det var när den tyske matematikern Kurt Gödel bevisade att även om en teori är axiomatiskt uppbyggd så är den *ofullständig*, dvs. det finns relevanta påståenden som inte kan visas vara sanna eller falska inom teorin. Motsägelsefrihet inom teorin kan inte heller bevisas om den ska innefatta aritmetiken. Det här betyder att hela idén med att försöka ställa matematiken på logisk grund faller. Bertrand Russel säger tjugo år senare i sin *My Philosophical Development:* ”The splendid certainty which I had always hoped to find in mathematics was lost in a bewildering maze … It is truly a complicated conceptual labyrinth.”

Men matematikerna strävar i dag vidare med mycket stor framgång, utan att stå på ett logiskt fundament. Vetenskapens eventuella ofullständigheter har kanske snarare gjort ämnet mer spännande. Det är tydligt att matematisk verksamhet verkar vara mycket ”mänsklig” vad gäller såväl misslyckanden som framgångar. Om matematiken ska kunna bli en del av vårt kulturarv och en självklar del i ett modernt bildningstänkande bör den nog med en viss ödmjukhet ställa in sig i ledet bland våra övriga kulturyttringar. En bra början kan vara att inte sopa igen spåren efter sin egen historia.

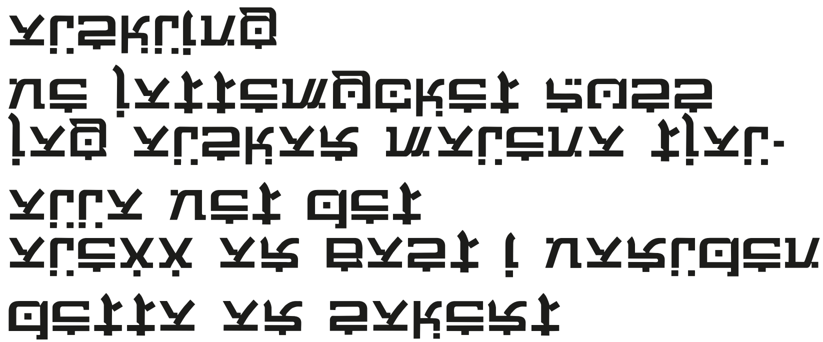
FRÅN RETORIK TILL SYMBOL

Matematiken har utvecklat ett eget symbolspråk, precis som musiken. De matematiska tecknen symboliserar inte *fonem* som t.ex. svenskt skriftspråk utan *begrepp*. Detta gör att det matematiska språket i hög grad blir internationellt. Som för invånare i Kina gäller att människor kan skriva och förstå varandra, även om de inte förstår varandras talade språk.

Förutom symboler har matematiken också ett regelsystem för hur symbolerna får användas, dvs. en grammatik. Symbolspråket har därmed många likheter med andra språk, och många av de problem som finns i matematikutbildningen kan vara av mer språklig art än begreppslig.

Från början var all matematisk text retorisk; den skrevs med vanligt skriftspråk och ofta i jag-form. Under renässansen började italienska matematiker använda förkortningar, vilket sedan spreds. För att beteckna det okända (tinget), kvadraten, kuben och roten använde man *cosa, censo, cubo* och *radice* för att sedan övergå till *c, ce, cu* och *R*. Luca Pacioli ersatte *piu* och *meno* (plus och minus) med bokstäverna *p* och *m* med streck ovanför.

Engelsmannen Robert Recorde introducerade likhetstecknet på 1500-talet med argumentet: ”To avoid the tedious repetition of these words – is equal to – I will set as I do often on work use, a pair of parallels, or gemow lines of one length, thus =, because no 2 things can be more equal.” Flera engelska matematiker började använda symbolerna + och – som vi gör i dag, men först bara för algebraiska uttryck. Fransmannen Descartes använde de sista bokstäverna i alfabetet, x, y och z, för att beteckna variabler, och de första, a, b och c, för att beteckna konstanter. Tysken Leibniz höll sig till en punkt som symbol för multiplikation medan engelska matematiker använde symbolen x. Vid division av två tal, ställdes först bara det ena över det andra, men så småningom skilde man dem åt med ett streck. Genom att ersätta talen med punkter fick man en symbol för division. Så småningom växte det matematiska symbolspråket fram, vissa symboler försvann och andra vann terräng, ungefär som vid ett vanligt språks "organiska" framväxt.



Alla matematiska texter är tvåspråkiga, de består dels av ett modersmål, t.ex. svenska, dels av det matematiska språket. Förutom de vanliga reglerna för symbolspråket måste man också ”inkultiveras” så att man får en känsla för symbolernas sammanhang. En matematiskt skolad person som ser symbolerna f(x+h) får antagligen associationer till härledning av derivatan till en funktion, medan uttrycket rent formellt skulle kunna ha samma karaktär som uttrycket a(b+c). Att multiplicera in f i parentesen (x+h) skulle kännas horribelt för personen ifråga. Man kan också urskilja olika ”dialekter”; olika sätt att använda symbolspråket, som delvis avviker från varandra. Detta blir tydligt när man jämför läroböcker från olika länder; det kan t.ex. för en svensk student vara knöligt att förstå en amerikansk symboldialekt, trots att regelsystemet är detsamma.

Det finns flera skäl till att symbolspråket vunnit hävd. Från början var det kanske framför allt *tidsbesparande.* Numer finns ett annat och mycket starkare motiv, nämligen att det är *tankekraftsbesparande.* Regelverket, dvs. grammatiken, är så stringent utformat att man kan hantera symbolerna utan att i varje led behöva tänka på vad som pågår. Ett exempel är ekvationslösning, där det krävs tankekraft för att ställa upp ekvationen och för att tolka resultatet. Däremot kan alla mellansteg ske rent ”mekaniskt” genom omstuvning av de ingående tecknen enligt de givna reglerna.

Ett tredje motiv kan också vara att ett korrekt hanterande av symbolspråket kan *framtvinga nya begrepp och satser* som man annars aldrig skulle ha kommit på. Ibland leder manipulationerna med symboler till slutsatser som inte går att ”förstå”, men som ändå är sanna. Själva *teckne*n och deras korrekta användning kan alltså leda till ny matematik!

Det finns ett didaktiskt problem med det matematiska symbolspråket; det finns inga objekt att ”peka på” för att koppla symbolen till det den representerar. I många andra sammanhang lär man sig språk i ständig interaktion med medmänniskor i en materiell värld att relatera till, men den matematiska världen är osynlig. För många ungdomar kommer symbolerna därför aldrig att peka på de bakomliggande begreppen, i stället blir matematiken identisk med sina symboler. Symbolen och det den skulle representera smälter samman. Nya kombinationer av symboler kan arbetas fram, helt enligt regelboken, men för studenten representerar de ingenting mer än krumelurerna på papperet.

Ett så avancerat symbolspråk kan också utestänga och förskräcka, ungefär som ett partitur för en symfoniorkester för den som inte kan noter. Här har matematiken ett dilemma. Hur ska ämnet kunna levandegöras och få mening och färg om det är så djupt inbäddat i ett ”främmande språk” som många finner obegripligt? Är det möjligt att finna vägar ”tillbaka”, att översätta till retoriskt språk? Är det möjligt att levandegöra de stora idéerna och teorierna utan stöd av symbolspråkets stringens?

FÖRTROGENHET OCH REGLER

En stor del av vår kunskap är så kallad förtrogenhetskunskap, ett kunnande som inte är formulerat och kanske inte heller möjligt att formulera. Detta till skillnad från påståendekunskap, som består av just explicit formulerade påståenden. Ett enkelt exempel som belyser båda dessa kunskapsformer är konsten att spela schack. Schackspelets regler är enkla, man kan lära sig dem på ett par minuter genom att studera påståenden i en regelbok. Men konsten att *använda* reglerna kan ta ett helt liv att utveckla och är i stort sett omöjlig att explicit formulera. Våra mest potenta schackdatorer kan analysera flera hundratusen varianter i sekunden, men fortfarande får de ibland stryk av våra bästa schackspelare. Och detta sker inte genom att schackspelaren analyserar ännu fler varianter per sekund, nej, det sker med hjälp av en djup förtrogenhet med spelet, en känsla för situationens möjligheter och intuitiva idéer om lämplig strategi och taktik. En sådan förtrogenhet kräver att man spelat tusentals partier. Detta visar kraften hos den oformulerade förtrogenhetskunskapen. I många sammanhang anser vi det orimligt att ens försöka formulera ett komplext kunnande explicit, t.ex. konsten att cykla i terräng.

På motsvarande sätt räcker det inte med att förstå matematikens regler, en liknande förtrogenhetskunskap måste utvecklas även där. Trots att denna inte är uttryckt varken med vardagsspråk eller matematiskt symbolspråk är den en oerhört väsentlig del av det matematiska kunnandet.

Förtrogenhetskunskap inom skilda områden kan mycket väl ha ett matematiskt innehåll, trots att detta inte är formulerat. Ta till exempel den skicklige plåtslagaren, gitarrkonstruktören, båtbyggaren eller skulptören som finner sina exakta former utan ord och regelverk. Eller mattväverskan som förvandlar trådarnas linearitet till tvådimensionella mönster i mattväven. Alla besitter de ett avsevärt matematiskt kunnande, ett kunnande som de antagligen inte själva skulle anse att de har. Den mest teoretiska verksamhet har en dold dimension av praktisk förtrogenhetskunskap, och en till synes helt praktisk verksamhet har dolda inslag av teori.

ETT LIV I DET FÖRDOLDA

Matematiken påminner om den maskinkod som finns i våra datorer; den finns överallt men är osynlig på grund av att den är överlagrad med andra mer ”användarvänliga” strukturer. I vackra arkitektoniska konstruktioner och i modern musik finns mängder av osynlig matematik. En 10-åring som kör ett Harry Potter-spel på sin Play Station ser aldrig de stora beräkningsalgoritmer och den avancerade projektiva geometri som krävs för att programmen ska fungera och verka ”naturliga”. Tonåringen som pratar i, och fotograferar med, sin mobiltelefon får aldrig kontakt med de matematiska modeller som ligger till grund för den avancerade teknologi som finns i tingesten hon håller i sin hand.

Vi vet inte heller mycket om de komplicerade beräkningar som ligger bakom våra försäkringsavgifter, våra pensionspengar sparade i fonder, våra skatter, våra telefonräkningar eller våra skulder. Och vad vet vi om matematiken bakom transportsystem, väderprognoser, magnetröntgen, tv-apparater och cd-spelare?

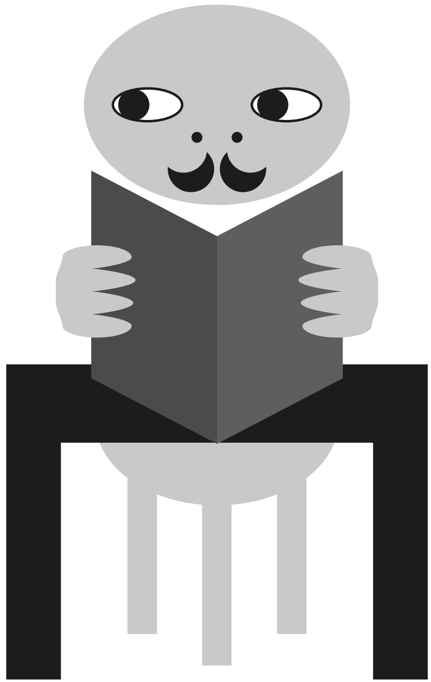
De flesta av oss har antagligen ingen aning om den matematiska teorin kring felrättande koder och att detta hänger ihop med precisionen och tåligheten vid digital överföring. Man kan t.ex. göra en mer än 2 mm tjock rispa på en cd-skiva utan att det påverkar ljudbilden. Jämför det med ömtåligheten hos forna tiders stenkakor.

Det är inte heller troligt att invånarna i de danska städerna Ribe och Tönder vet att det ligger matematiskt-statistiska beräkningar som grund för städernas skyddsvallar mot Nordsjön och att man valt 200 år som säkerhetsnivå då de byggdes. Detta att jämföras med den holländska säkerhetsnivån som är 20 000 år.

Naturligtvis är det orimligt att den vanlige medborgaren ska ha insikter i all denna matematik och dess olika tillämpningar. Men osynligheten får negativa följder: det som inte syns får inte heller relevans. Matematiken är och förblir därmed ett skolämne utan betydelse för vardag och yrkesliv för de flesta människor. Hur synliggöra matematiken på ett sätt som kan bli tillgängligt för den vanlige medborgaren? Vi behöver inte fler populariseringar illustrerade med komplicerade differentialekvationer och femdimensionella kuber som signalerar till läsaren att författaren tillhör en annan art: ett ordenssällskap för dem som är invigda i de heliga skrifterna. Vi behöver något annat: ett äkta tilltal, en strävan till dialog. Som när renässansens Descartes och Galilei bröt med medeltiden genom att skriva på sitt modersmål i stället för på latin.

EN NOLLA FRAMFÖR KAMERAN

Hur kan då något som växer i betydelse bli alltmer otrendigt? Varje samhälle behöver ett torg: en plats där man pratar om det som är gemensamt, där agendan för det sociala varandet formuleras. När människor började leva tillsammans i stadsmiljö var just torget ett torg. På torget, agora, i antikens Grekland föddes medborgarskapet, rättsväsendet och den filosofiska argumentationen. Ett gemensamt forum har alltid funnits, om det så varit kyrkbacken, moskén, vägkorsningen, tvättstugan eller Konsum. I dag heter torget media, framför allt tv. I detta medium presenteras bilder av det goda livet, och vad som är lämpliga förhållningssätt och idéer. I nutidsdramat är aktörerna artister, kockar, advokater, sportstjärnor och såpakändisar. Men det är mycket ont om ingenjörer eller andra matematikanvändare i rutan. Inte konstigt att populära yrken för våra ungdomar är t.ex. kock, advokat eller artist, medan söktrycket på våra ingenjörsutbildningar ständigt sjunker. När matematiker och naturvetare någon gång dyker upp i underhållningsfilmer blir det som schablonartade ”nördar”: en förvirrad ägghuvad professor Kalkyl eller en vilt stirrande provrörsbelamrad halvgalning med håret på ända och planer på att förgöra världen.



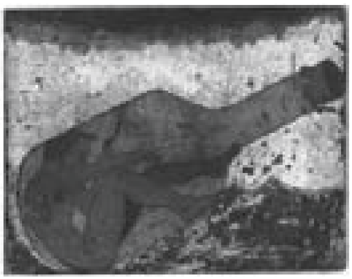
Tv är ett känslomedium och kanske beror matematikens frånvaro på mediamänniskors föreställningar om att ämnet skulle vara rationellt, kyligt, elitistiskt, abstrakt och omänskligt. Massmedia bygger sin produktion på föreställningar om ”vad folk vill ha”, man söker ett brett tilltal och spelar på vad människor kan identifiera sig med och fascineras eller förskräckas av. Starka känslor, konflikter och upplevelsekickar målas fram med breda penslar. Visst finns det fakta- och kunskapsprogram som har matematiska inslag, men troligen når dessa bara de redan frälsta. En sak är att tillfredsställa ett redan befintligt intresse, en helt annan att skapa sådan uppmärksamhet att den kan leda till intresse.

Bakom tv-kameran får matematiken allt större betydelse. Men framför tv-kameran är matematiken en nolla. Detta beror inte på att matematiken är hatad eller förtryckt; det är mycket värre än så: ingen lägger märke till den. Skulle det kunna vara annorlunda? Skulle matematiken kunna framställas som en i högsta grad mänsklig, lustfylld, fascinerande, äventyrlig och konfliktfylld vetenskap? Skulle matematiker och matematikanvändare kunna framställas som högst normala människor, eller rentav hjältar, som arbetar i mänsklighetens tjänst?

TVÅ KULTURER – OCH EN TREDJE?

Mycket talar för att matematik var ett självklart bildningsämne under antiken och medeltiden. Ämnet hade minst lika mycket anknytning till humaniora och skapande verksamhet som till naturvetenskap, och innefattade mycket av det bästa i sökandet efter både kunskap och skönhet. All matematisk argumentation fram till renässansen var retorisk, dvs. den var skriven med vanligt språk utan speciella symboler. När det matematiska symbolspråket utvecklades kunde man öka både precision och snabbhet i beräkningarna, men till ett högt pris: symbolspråket var också *utestängande* för det stora flertalet människor. När matematiska modeller blev till själva kärnan i modern naturvetenskap och teknik, fjärmades ämnet ytterligare från det som skulle kunna kallas mänskligt och humanistiskt. Naturvetenskapen strävade efter att observera, finna samband och formulera sig exakt och objektivt med hjälp av det matematiska symbolspråket. Konst och humaniora däremot sökte det kreativa, det tolkande med öppna symboler. Man strävade efter subjektivt inkännande och frigörande, inte efter objektiv observation och kontroll.

Trots att matematiken i hög grad är en abstrakt mänsklig kreativ tankeprodukt, som poesi och musik, hamnade alltså ämnet ändå i den naturvetenskapliga kulturmiljö som sökte olika sätt att kontrollera materien. Läroböcker i matematik blev också sällsamt opersonliga, som om det var matematiken själv som talade till läsaren och systematiskt utvecklade sig själv sida upp och sida ner. Det mänskliga sökandet efter kunskap och visdom verkade ha sönderdelats i två skilda kulturer med helt olika syften och metoder, och med en ömsesidig misstro mot varann.



Idag är situationen delvis annorlunda. Alltfler trådar knyts mellan naturvetenskap och konst och humaniora. Dessa trådar består ibland av just matematik. Ser man till den matematiska kulturhistorien så finner man en hel väv av trådar som binder samman de två kulturerna. Och med hjälp av modern teknik kan sambanden göras än tydligare: många matematiska samband och modeller kan t.ex. illustreras med datorutformade bilder av stor skönhet. Samma fascination som man kan känna för en stor konstnärs skapelser kan man också känna inför illustrationer av matematikens minimalytor, fraktaler och topologiska variationer.

Kanske har den naturvetenskapliga kulturen i vissa fall nått vägs ände; det ytterst lilla och det ytterst stora låter sig kanske inte gestaltas och förklaras annat än i öppna bilder och metaforer med ett sviktande empiriskt underlag. Får den mänskliga fantasin och tolkningsförmågan större utrymme när fakta inte kan sparka lika hårt som på Newtons tid? Eller som Lars Gyllensten uttrycker det i *Möjliga världar – en kör av en mångfald själar:*

> Slutsatsen är att drömmen om en sammanhängande och fullständig världsbild, i fysiken eller var det vara månde, är en chimär. Den mänskliga kunskapens värld, också diktens och konstens, är inte något kosmos utan ett konglomerat av småstater, med mer eller mindre utvecklade förbindelser sinsemellan, de flesta utan någon gemensamhet … Världen är som den är rätt och slätt – en polyfoni, en kakafoni – där enstaka harmonier och melodifragment här och var och då och då ger skenet av ett sammanhang och föder den illusoriska drömmen om en allt omfattande harmoni.

På vilket sätt kan matematiken spela en roll för ett möte, eller rent av en förening, mellan de två kulturerna? Kan de två kulturerna förenas till en tredje, en sammansmältning av konst och vetenskap till något högre, som samtidigt är mer allmänmänskligt, öppet och ödmjukt?

MATEMATIK SOM ÄMNE FÖR BILDNING

Matematiken är intimt förknippad med människans övriga kulturhistoria, från antiken till vår tid. Människans skaparkraft under historiens gång verkar vara obegränsad och matematiken liknar därmed våra övriga konstarter. Den matematiska utvecklingen har inte varit harmonisk och konfliktfri, tvärtom genomsyras den som all annan mänsklig verksamhet av misstag, konflikter, avundsjuka och fiaskon men också av häpnadsväckande framsteg och obändig skapande tankekraft. På ett förunderligt vis återkommer också matematikerns kreativa tankelekar i naturens grundläggande strukturer; ett märkligt faktum som gjort ämnet till naturvetenskapens verktyg framför andra. De stora idéer som utgör kärnan i allt matematiskt arbete återfinns i såväl konst, musik, arkitektur och teknik som hos naturen själv. Matematiken har de senaste femhundra åren stegvis utvecklat ett internationellt gångbart symbolspråk som har många likheter med människans andra språk, ett språk som talas och skrivs av miljontals människor runt om i världen. Detta språk är transparent och precist för dem som kan det, men en gåtfull och socialt utestängande obegriplighet för den som inte förstår sig på det.

Kunskaper i matematik är oundgängliga för den som vill verka som en aktiv medborgare. Samhällsarkitekter formaterar idag i allt högre grad samhället med hjälp av matematiska modeller och datoriserade strukturer, så behovet av matematisk omdömesförmåga hos den vanlige medborgaren ökar ständigt. Samtidigt har ämnet paradoxalt nog blivit alltmer osynligt och otrendigt, inte minst i massmedia. Det är en grannlaga uppgift för såväl media som samhället i övrigt att levandegöra ämnet och ge det färg, fascination, mening och gestalt.

Att bilda sig har många dimensioner, en sådan är den historiska. En annan dimension är den kulturella. Idag finns snarast ett *hål i kulturen* där matematiken borde finnas. En tredje dimension är bildning som en fri livshållning, som ett sätt att förhålla sig till framtiden, till samhället och sina medmänniskor och till vetenskap och kunskap. Att vara bildad är att se möjligheter, men också gränser, att vara känslig för när något är tillämpbart. Kanske har det funnits en romantisk övertro på att naturvetenskap ska kunna förvandla människans tillvaro till ett lyckorike, och nu är det hög tid för besinning. Med matematiken som förbindelselänk är det kanske dags för naturvetenskaperna att hitta tillbaka till kulturen.

Som en skön konst har matematiken ett egenvärde och som vetenskapens främsta verktyg har den en unik ställning i kunskapssamhället. För den enskilde medborgaren ger ett matematiskt kunnande ökade möjligheter till att fritt och aktivt kunna förstå och förhålla sig till såväl samhälle som natur. Som en del av vårt samlade kulturarv är matematiken en självklarhet med sina förbindelser till i stort sett all mänsklig verksamhet. Så visst är matematik ett ämne för bildning!

LITTERATURLISTA

Butterworth, B. (1999). *Den matematiska människan*. Wahlström & Widstrand.

Davis, P. & Hersh, R. (1981). *The mathematical experience.* Boston: Houghton Mifflin.

Davis, P. & Hersh, R. (1986) *Descartes´ dream.* London: Penguin Books.

Devlin, K. (1997). *Mathematics – the science of patterns.* New York: Scientific American Library.

Gustafsson, L. & Mouwitz, L. (2002). *Vuxna och matematik – ett livsviktigt ämne.* NCM, Göteborgs universitet.

Gustavsson, B. (1998) *Bildning i vår tid.* Wahlström & Widstrand.

Gyllensten, L. (1991). *Möjliga världar – en kör av en mångfald själar.* I Dialoger 18–19/91 Matematik och bildning.

Göranzon, B. red. (1993). *Matematik, yrkeskunnande och teknologi*, Dialoger 27–28/93.

Hardy, G.H. (1971) *En matematikers försvarstal.* Lund.

Engkvist, B. & Schmid, W. (2001). *Mathematics unlimited – 2001 and beyond.* Berlin: Springer.

Högskoleverket (2001). *Core curriculum – en bildningsresa.* Högskoleverkets rapportserie 2001:20 R.

Högskoleverket (2002) *Bildning – paradis och personligt projekt.* Högskoleverkets rapportserie 2002:37 R.

Högskoleverket (2002) *Bildning i svensk högre utbildning – en översikt med exempel från 34 lärosäten.* Högskoleverkets rapportserie 2002:35 R.

Joseph, G. G. (1991). *The Crest of the Peacock – non-european roots of mathematics.* London: I.B. Tauris.

Katz, V. J. (1998) *A history of mathematics.* Addison-Wesley, USA.

Kline, M. (1980) *Mathematics – the loss of certainty.* Oxford University Press.

Lakatos, I. (1990). *Bevis och motbevis – matematiska upptäckters logik.* Stockholm: Bokförlaget Thales.

Liedman, S-E.(2001). *Ett oändligt äventyr.* Albert Bonniers förlag.

Niss, M. red. (2001) *Matematikken og verden*. Fremad, Danmark.

Nissen & Blomhöj, red. (1994). *Hul i kulturen.* Spektrum. Danmark.

Nussbaum, M.C. (1995) *Känslans skärpa, tankens inle*velse. Stockholm: Symposion.

SOU 1992:94 *Skola för bildning.*

SOU 2004:97 *Att lyfta matematiken – intresse, lärande, kompetens.*

Det matematiska kulturarvet (2004), red. Gunnar Berg (snart till tryck), tidsskriften Dialoger, KTH.

Vetenskapens vackra verktyg (1993). Naturvetenskapliga forskningsrådets årsbok.

Högskoleverket är en central myndighet för frågor som rör universitet och högskolor. Verket arbetar med kvalitetsbedömningar, tillsyn, uppföljningar, utveckling av högre utbildning, utredningar och analyser, bedömning av utländsk utbildning och studieinformation.

Högskoleverkets rapportserie 2004:29 R
www.hsv.se

HÖGSKOLEVERKET
National Agency for Higher Education